

MATEMATYKA

Program nauczania dla szkoły branżowej I stopnia

Autorzy:

Adam Konstantynowicz

Anna Konstantynowicz

Małgorzata Pająk

Gdynia 2019

Spis treści

1. Wstęp	3
2. Szczegółowe cele kształcenia i wychowania	5
3. Treści edukacyjne	11
4. Sposoby osiągania celów kształcenia i wychowania	23
5. Opis założonych osiągnięć ucznia	32
6. Propozycje kryteriów oceny i metod sprawdzania osiągnięć ucznia	37

1. Wstęp

Nauczanie to świadome działanie nauczycieli w stosunku do uczniów, mające na celu umożliwienie im zdobycia pewnych umiejętności. Rolą nauczyciela jest nauczenie uczniów odpowiedzialności za własny proces edukacyjny, a proponowany program nauczania ma za zadanie wspierać nauczycieli w tych działaniach. Został on opracowany przez nauczycieli praktyków, którzy starali się poprzez odpowiedni dobór zadań zainteresować uczniów matematyką. Na każdym etapie edukacyjnym nauczyciel matematyki musi wyposażyć ucznia w umiejętności pozwalające mu na samodzielne formułowanie problemów oraz ich twórcze rozwiązywanie. Działania te powinny prowadzić także do wyrobienia w uczniu umiejętności logicznego myślenia, precyzyjnego wypowiadania myśli oraz korzystania z najnowszych osiągnięć nauki i techniki.

Nauczyciel matematyki jest zobowiązany do tworzenia warunków zapewniających wspólne kształcenie wszystkich uczniów, ze szczególnym uwzględnieniem osób ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Bardzo ważne zadanie staje przed nauczycielem w sytuacji ograniczonych możliwości ucznia niepełnosprawnego. Pedagog ma dbać o możliwie pełne i racjonalne wykorzystanie potencjału rozwojowego dziecka przez odpowiednie dostosowanie treści i sposobów ich przekazywania. Wszelkie formy indywidualizacji kierowane do uczniów ze specyficznymi potrzebami i trudnościami w uczeniu się powinny bazować na rozpoznawaniu i wykorzystywaniu predyspozycji dziecka do pokonywania deficytów. Nauczyciel powinien bardzo uważnie dobierać zadania, aby z jednej strony nie przerastały możliwości ucznia, a z drugiej – nie były poniżej jego poziomu intelektualnego. Dokładne poznanie ucznia umożliwia określenie jego rzeczywistych potrzeb i zdolności. Kolejnym krokiem powinno być sformułowanie zgodnych z nimi i spójnych z obowiązującą podstawą programową wymagań. Naczelną zasadą musi być kreowanie sytuacji dydaktycznej, która nie pozwoli na wykluczenie ucznia ze specjalnymi potrzebami z toku zajęć. W procesie kształcenia takich uczniów istotną rolę odgrywa odpowiednie przygotowanie warunków edukacyjnych. Nauczyciel powinien dostosować metody i formy pracy z uczniem do jego możliwości, które są uwarunkowane dysfunkcjami czy sytuacją społeczną. Bardzo ważne jest budowanie motywacji, wyrabianie pozytywnego stosunku do wyzwań stawianych przed uczniem ze specjalnymi potrzebami.

Opracowany przez autorów program nauczania uwzględnia w pełni edukację matematyczną określoną w podstawie programowej kształcenia ogólnego, która została opublikowana w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 26 lipca 2018 r. (Dz. U. z 2018 r. poz. 996, 1000 i 1290). Będzie ona obowiązywała począwszy od roku 2019/2020 w klasie I branżowej szkoły I stopnia.

Materiał nauczania podzielono na trzy części. Kolejność działów programu, ich zakres oraz układ tematów są ustalone optymalnie przy właściwej interpretacji haseł programowych. Niektóre hasła programowe dotyczą zagadnień realizowanych na III etapie edukacyjnym – są powtórzone i usystematyzowane ze względu na ich duże znaczenie w dalszym nauczaniu i uczeniu się. W programie zakłada się różny stopień opanowania wiadomości i umiejętności przez poszczególnych uczniów, w zależności od ich uzdolnień i zainteresowań, dlatego zawiera on zagadnienia o różnym poziomie trudności. Nauczyciel ma zatem możliwość indywidualizacji pracy z uczniem. Program nie narzuca jednak metody pracy, podkreśla tylko konieczność aktywizowania uczniów na różnych poziomach oraz preferuje czynnościowe i problemowe nauczanie matematyki.

Program akcentuje zapewnienie trwałości zdobytej wiedzy. Kształcenie ogólne w szkole podstawowej i szkole ponadgimnazjalnej stanowi fundament wykształcenia, umożliwiający zdobycie zróżnicowanych kwalifikacji zawodowych, a później ich doskonalenie.

Materiał nauczania matematyki, podzielony na trzy części, został rozszerzony o przewidywane osiągnięcia ucznia. Uwzględniono również szczegółowe cele kształcenia i wychowania oraz sposoby ich osiągania, na które składają się metody i zasady nauczania oraz formy pracy i środki dydaktyczne. Omówiono także szczegółowo umiejętności, które uczniowie powinni nabyć w trakcie nauki.

Jednym z zadań dydaktycznych jest również kontrola przyswojenia materiału połączona z oceną ucznia, dlatego program zawiera propozycje metod oceny osiągnięć uczniów. Realizacja programu nie wymaga specjalnych warunków bazowych. Jednak w celu urozmaicenia procesu dydaktycznego jest wskazane korzystanie nie tylko z tradycyjnych pomocy dydaktycznych, lecz także z współczesnych osiągnięć techniki (tablic interaktywnych, programów multimedialnych). Najdogodniejszą realizację tego programu zapewni podręcznik. Taka forma pozwoli dostosować zakres materiału do liczby godzin przeznaczonych na nauczanie matematyki w danej szkole.

2. Szczegółowe cele kształcenia i wychowania

Celem edukacji w szkole branżowej I stopnia jest przygotowanie uczniów do uzyskania kwalifikacji zawodowych, a także, jak w wypadku innych typów szkół, do pracy i życia w warunkach współczesnego świata. Poza kształceniem zawodowym szkoła branżowa I stopnia ma za zadanie wyposażać uczniów w odpowiedni zasób wiedzy ogólnej, która stanowi fundament wykształcenia umożliwiający zdobycie podczas dalszej nauki zróżnicowanych kwalifikacji zawodowych oraz umożliwiający kontynuację kształcenia: w szkole branżowej II stopnia w zawodzie, w którym wyodrębniono kwalifikację wspólną dla zawodu nauczanego w szkole branżowej I stopnia lub w liceum ogólnokształcącym dla dorosłych (począwszy od klasy II), a następnie w szkołach policealnych lub szkołach wyższych.

Matematyka jest nauką, która stanowi istotne wsparcie dla innych dziedzin, zwłaszcza dla nauk przyrodniczych i informatycznych. Nauczanie matematyki w szkole opiera się na trzech fundamentach: nauce rozumowania matematycznego, kształceniu sprawności rachunkowej i przekazywaniu wiedzy o własnościach obiektów matematycznych. Rozumowanie matematyczne to umiejętność poszukiwania rozwiązania danego zagadnienia. Dobrze kształcona rozwija zdolność myślenia konstruktywnego, premiując postępowanie nieschematyczne i twórcze. Ponadto rozumowanie matematyczne narzuca pewien rygor ścisłości: dowód matematyczny musi być poprawny. Dobrze opanowanie umiejętności rozumowania matematycznego ułatwia w życiu codziennym odróżnianie prawdy od fałszu. Sprawność rachunkowa jest ważnym elementem nauczania matematyki nawet w sytuacji, gdy wiele rachunków wykonuje się za pomocą sprzętu elektronicznego. Ważnym celem ćwiczenia sprawności rachunkowej jest kształtowanie wyobrażenia o wielkościach liczb, a w konsekwencji doskonalenie umiejętności precyzyjnego szacowania wyników. Takie wyobrażenie ułatwia codzienne życie, na przykład planowanie budżetu domowego.

Wiedza o właściwościach obiektów matematycznych pozwala na swobodne operowanie nimi i stosowanie obiektów matematycznych do opisu bądź modelowania zjawisk obserwowanych w rzeczywistości. Właściwości matematyczne modeli przekładają się często na konkretne własności obiektów rzeczywistych.

Szczegółowe cele kształcenia stanowią opis wyników nauczania. W niniejszym programie cele te zostały sformułowane jako przewidywane osiągnięcia ucznia bezpośrednio po realizacji każdego tematu. Taki sposób ich przedstawienia ułatwia sprawdzenie, czy udało się je osiągnąć.

Matematyka towarzyszy nam w wielu sytuacjach praktycznych, dlatego w jej nauczaniu nie powinno zabraknąć zagadnień związanych z życiem codziennym. Na lekcjach powinniśmy omawiać wpływ matematyki na sytuacje z różnych dziedzin nauki, wykorzystywać nowoczesne technologie. Nauczanie tego przedmiotu w szkole ponadpodstawowej ma na celu nie tylko zapoznanie uczniów z podstawowymi pojęciami matematycznymi, ale przede wszystkim powinno służyć ich wszechstronnemu rozwojowi.

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Sprawność rachunkowa.

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy badaniu sytuacji rzeczywistych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście matematycznym oraz w formie wykresów, diagramów, tabel.
2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie rozumowań, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, gwarantujących poprawność rozwiązania.
4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań.

Do głównych celów nauczania matematyki zaliczamy:

- opanowanie przez uczniów wiadomości i umiejętności użytecznych w życiu codziennym i pracy zawodowej,
- rozwijanie myślenia abstrakcyjnego i rozumowania,
- wykształcenie myślenia matematycznego oraz nawyku stosowania języka matematyki do rozwiązywania problemów w oparciu o rozumowanie matematyczne,
- kształcenie umiejętności zadawania pytań, stawiania problemów oraz ich rozwiązywania.

Przy realizowaniu głównych celów rozwijamy umiejętności:

- porządkowania, klasyfikowania i dostrzegania wspólnych cech,
- opisywania zebranych danych i doświadczeń językiem matematyki, ich analizowania i syntetyzowania,
- uogólniania i wyciągania wniosków,
- prowadzenia dyskusji, logicznego argumentowania oraz wyjaśniania i przekonywania,
- korzystania z różnych sposobów przekazywania informacji, w tym korzystania z tekstu matematycznego umieszczonego w różnych źródłach,
- uczenia się i samodzielnego zdobywania informacji oraz twórczą postawę w sytuacjach problemowych.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

- 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
- 2) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- 4) stosuje prawa działań na potęgach i pierwiastkach;

5) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów.

II. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$;
- 2) dodaje, odejmuje i mnoży wyrażenia algebraiczne;
- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.

III. Równania i nierówności. Uczeń:

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne i tożsamościowe;
- 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

IV. Układy równań. Uczeń:

- 1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
- 2) stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.

V. Funkcje. Uczeń:

- 1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu i wzoru (również różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
- 4) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 5) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
- 6) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
- 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeżeli istnieje);
- 8) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 9) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 10) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- 11) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
- 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$.

VI. Trygonometria. Uczeń:

- 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 90° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- 2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;
- 3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeżeli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
- 4) korzysta ze wzorów $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, $\operatorname{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}$;
- 5) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne).

VII. Planimetria. Uczeń:

- 1) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa);
- 2) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
- 3) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;
- 4) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
- 5) oblicza pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
- 6) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
- 7) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
- 8) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;
- 9) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

VIII. Geometria analityczna. Uczeń:

- 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeżeli taki istnieje;
- 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej);
- 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych.

IX. Stereometria. Uczeń:

- 1) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną;
- 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

X. Kombinatoryka. Uczeń:

- 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności.

XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym w prostych sytuacjach;
- 2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną oraz znajduje medianę i dominantę;
- 3) stosuje skalę centylową.

Przy realizowaniu szczegółowych celów kształcenia rozwijamy umiejętności:

- klasyfikowania, definiowania oraz stosowania definicji,
- podawania przykładów i kontrprzykładów,
- posługiwania się językiem matematyki, w tym stosowania zapisów symbolicznych,
- formułowania ogólnych praw i reguł,
- stosowania matematyki do rozwiązywania problemów z innych dziedzin,
- rozwiązywania problemów otwartych,
- posługiwania się nowoczesnymi narzędziami do wymiany informacji.

Celem wychowania jest kształtowanie postaw emocjonalno-motywacyjnych oraz zachowań świadczących o zaangażowaniu w zdobywanie wiedzy i umiejętności matematycznych. Ucząc matematyki, powinniśmy nie tylko kształcić ucznia, lecz także wychowywać go poprzez wyrabianie w nim takich cech jak: pracowitość, staranność, systematyczność, życzliwość, tolerancję. Musimy zwracać uwagę na poprawność językową, staranność oraz dokładność wykonywanych obliczeń czy wykresów, uczyć odpowiedzialności za powierzone zadania i dokonywania wyborów między prawdą a fałszem oraz angażować w autoprezentację – przedstawianie własnych dokonań.

Cele wychowawcze to postawy i nawyki kształtowane w procesie dydaktycznym przez wykorzystanie jego społecznego charakteru oraz przez pozamatematyczne treści kształcenia, w tym wyrabianie pozytywnych postaw moralnych oraz pożądanych cech osobowości, dbałość o rozwój intelektualny i poznawczy, dostrzeganie piękna przez pryzmat matematyki.

Przez nauczanie matematyki można:

- kształtować zdolności poznawcze,
- rozwijać wytrwałość w wysiłku umysłowym oraz dociekliwość w stawianiu pytań i szukaniu odpowiedzi,
- budować twórczą postawę, samodzielność i odpowiedzialność za wynik pracy,
- przyczyniać się do stopniowego kształtowania pozytywnego stosunku emocjonalnego i aktywnej postawy wobec tego przedmiotu,
- wyrabiać pożądane cechy osobowości, takie jak pracowitość, solidność, wytrwałość,
- rozwijać chęć dążenia do sukcesu, właściwą rywalizację i optymizm,
- dbać o rozwój intelektualny, kształtować ciekawość świata, pokazywać piękno i harmonię w przyrodzie oraz architekturze,
- rozwijać kreatywność, umiejętność pracy w zespole, zdolność rozwiązywania konfliktów oraz otwartość na inne rozwiązania.

Aby osiągnąć zaplanowane cele wychowawcze, uczeń powinien:

- zadbać o dobrą organizację pracy,
- zaangażować się we własny rozwój,

- wytrwale pokonywać trudności,
- umiejętnie gromadzić i odczytywać informacje,
- porządkować zdobytą wiedzę,
- dostrzegać problemy.

3. Treści edukacyjne

Temat	Treści podstawy programowej	Cele ogólne	Kształcone umiejętności
KLASA I			
I. LICZBY RZECZYWISTE			
1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory	I.1	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach; – wskazuje przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych; – porządkuje i porównuje liczby wymierne; – zaznacza położenie liczb wymiernych na osi liczbowej i odczytuje współrzędne punktu na osi liczbowej.
2. Działania w zbiorze liczb naturalnych i całkowitych	I.1	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne w pamięci; – oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne z zachowaniem kolejności wykonywania działań.
3. Potęga o wykładniku całkowitym	I.4	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym; – oblicza iloczyn i iloraz potęg o tych samych podstawach lub o tym samym wykładniku; – oblicza potęgę potęgi; – zapisuje liczby w notacji wykładniczej; – zapisuje potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym za pomocą potęgi o wykładniku naturalnym; – zapisuje potęgi o wykładniku naturalnym za pomocą potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym;

			– przekształca wyrażenia zawierające potęgi.
4. Pierwiastek arytmetyczny	I.3	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza pierwiastek kwadratowy i sześcienny; – wyłącza czynnik przed znak pierwiastka; – włącza czynnik pod znak pierwiastka; – szacuje wartości pierwiastków; – oblicza iloczyn i iloraz pierwiastków; – oblicza wartości wyrażeń, w których występują pierwiastki; – szacuje liczby niewymierne (także z użyciem kalkulatora); – przekształca wyrażenia zawierające pierwiastki; – usuwa niewymierność z mianownika ułamka; – stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych.
5. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych	I.1	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby rzeczywiste z zastosowaniem reguł kolejności wykonywania działań; – wykonuje cztery podstawowe działania w zbiorze liczb rzeczywistych.
6. Oś liczbowa i przedziały liczbowe	I.2	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – posługuje się osią liczbową; – posługuje się wartością bezwzględną oraz rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną; – zaznacza na osi liczbowej przedział: domknięty, otwarty, lewostronnie otwarty, prawostronnie otwarty, nieograniczony, – odczytuje i zapisuje przedział

			<p>przedstawiony na osi liczbowej;</p> <ul style="list-style-type: none"> – zapisuje warunki typu: $x < a$, $x \leq a$, $x > a$, $x \geq a$, $a < x < b$, $a \leq x < b$, $a \leq x \leq b$, $a < x \leq b$ z wykorzystaniem przedziałów i zaznacza je na osi liczbowej; – odczytuje iloczyn i sumę przedziałów liczbowych przedstawionych na osi liczbowej; – ilustruje na osi liczbowej iloczyn i sumę podanych przedziałów liczbowych.
7. Własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych	I.5	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym w obliczeniach dotyczących procentu składanego oraz czasu połowicznego rozpadu.
II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE			
1. Wzory skróconego mnożenia	II.1	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory skróconego mnożenia: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$.
2. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń algebraicznych	II.2	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – dodaje i odejmuje sumy algebraiczne i przedstawia wyniki tych działań w najprostszej postaci; – porządkuje jednomiany.
3. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych	II.2	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – mnoży sumy algebraiczne przez jednomian; – mnoży sumy algebraiczne przez sumy algebraiczne; – przekształca wyrażenia algebraiczne, stosując mnożenie wyrażeń algebraicznych, wzory skróconego mnożenia oraz dodawanie wyrażeń algebraicznych.
4. Wylączenie wspólnego czynnika poza nawias	II.3	I. Sprawność rachunkowa	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wylacza wspólny czynnik (który jest jednomianem lub

			sumą algebraiczną) przed nawias.
III. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI LINIOWE			
1. Równania równoważne	III.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozpoznaje równania równoważne wśród różnych równań; – przekształca równania w sposób równoważny.
2. Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	III.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – przekształca równania w sposób równoważny.
3. Nierówności równoważne	III.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozpoznaje nierówności równoważne wśród różnych nierówności; – przekształca nierówności w sposób równoważny.
4. Rozwiązywanie nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	III.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.
IV. FUNKCJE			
1. Pojęcie funkcji i sposoby jej określania	V.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – określa funkcję jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu i wzoru (również różnymi wzorami na różnych przedziałach).
2. Dziedzina, wartość funkcji i miejsca zerowe	V.1, V.2, V.3	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – określa dziedzinę oraz zbiór wartości funkcji; – określa funkcję za pomocą wykresu i wzoru (również różnymi wzorami na różnych przedziałach); – wyznacza i odczytuje z wykresu miejsca zerowe funkcji; – oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym.
3. Odczytywanie z wykresu funkcji dziedziny, zbioru wartości i monotoniczności	V.3	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – odczytuje z wykresów funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności.

4. Odczytywanie własności funkcji z wykresu	V.3	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – odczytuje z wykresów funkcji: przedziały w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe od danej liczby), największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane.
5. Przesuwanie wykresów funkcji	V.12	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$ oraz $y = f(x) + b$.
6. Przekształcanie wykresów funkcji	V.12	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$.
7. Funkcja liniowa i jej własności	V.4, V.5	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – oblicza wartość funkcji liniowej $y = ax + b$ dla danego argumentu; – rysuje wykres funkcji liniowej na podstawie tabelki; – interpretuje współczynniki a i b występujące we wzorze funkcji; – wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub własnościach.
8. Wykres funkcji kwadratowej	V.6	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem.
9. Funkcja kwadratowa w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej	V.7	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – przedstawia funkcję kwadratową w postaci ogólnej i kanonicznej oraz (o ile istnieje) iloczynowej.
10. Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej	V.8	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie

			informacji o tej funkcji lub jej wykresie.
11. Wartość najmniejsza i największa funkcji kwadratowej	V.9	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.
12. Zagadnienia geometryczne i fizyczne	V.10	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych i fizycznych; – wykorzystuje ww. własności do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym.
13. Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$	V.11	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rysuje wykres proporcjonalności odwrotnej; – odczytuje własności funkcji z wykresu; – posługuje się wykresem funkcji do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi w zastosowaniach praktycznych.
V. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI KWADRATOWE			
1. Równanie kwadratowe	III.4	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozpoznaje równanie kwadratowe wśród różnych równań; – zna wzór na wyróżnik trójmianu kwadratowego; – wie, od czego zależy liczba rozwiązań równania kwadratowego; – zna wzory na obliczanie rozwiązań równania kwadratowego.
2. Nierówność kwadratowa	III.4	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozpoznaje nierówność kwadratową wśród różnych nierówności; – wykorzystuje wzory na obliczanie rozwiązań równania kwadratowego do rozwiązywania nierówności kwadratowej;

			– przedstawia interpretację geometryczną rozwiązania nierówności kwadratowej.
3. Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych	III.4	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.
KLASA II			
I. UKŁADY RÓWNAŃ			
1. Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi	IV.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozpoznaje układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.
2. Rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania	IV.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozwiązuje rachunkowo układ równań metodą podstawiania.
3. Rozwiązywanie układów równań metodą przeciwnych współczynników	IV.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozwiązuje rachunkowo układ równań metodą przeciwnych współczynników.
4. Interpretacja graficzna układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi	IV.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – przedstawia układ równań w układzie współrzędnych, gdy dany jest on w postaci: $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 1 \end{cases};$ – przedstawia układ równań oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny w układzie współrzędnych.
5. Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi	IV.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozwiązuje układy równań dowolną metodą i podaje ich interpretację geometryczną.
6. Rozwiązywanie zadań tekstowych za pomocą układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi	IV.2	IV. Rozumowanie i argumentacja	Uczeń: – rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi dowolną metodą.
II. PLANIMETRIA			
1. Trójkąty i ich własności	VII.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rysuje trójkąt według danej nazwy; – podaje cechę istotną dla danego rodzaju trójkąta.

2. Twierdzenie Pitagorasa	VII.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – korzysta z twierdzenia Pitagorasa w obliczeniach geometrycznych.
3. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa	VII.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – sprawdza, czy trójkąt o danych bokach jest prostokątny; – rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków, stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.
4. Czworokąty i ich własności	VII.3	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rysuje czworokąt według danej nazwy; – podaje cechę istotną dla danego rodzaju czworokąta.
5. Okrąg i koło	VII.5	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – oblicza długość łuku okręgu, znając kąt środkowy i korzystając ze wzoru na długość okręgu; – oblicza długość łuku okręgu, wiedząc, jakim ułamkiem całego okręgu jest łuk; – oblicza pole wycinka koła, znając kąt środkowy i korzystając ze wzoru na pole koła; – oblicza pole wycinka koła, wiedząc jakim ułamkiem całego pola koła jest wycinek.
6. Kąty wpisane i środkowe	VII.4	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rysuje w okręgu kąt wpisany i kąt środkowy; – wykonuje proste obliczenia na podstawie twierdzenia o zależności miar kątów: środkowego i wpisanego opartych na tym samym łuku.
7. Cechy podobieństwa trójkątów	VII.6	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rozpoznaje trójkąty podobne; – zna cechy podobieństwa trójkątów.
8. Zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów	VII.6	IV. Rozumowanie i argumentacja	Uczeń: – stosuje cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania

			zadań.
9. Zależność między obwodami figur podobnych	VII.7	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – zna zależność między obwodami figur podobnych; – wykorzystuje zależność między obwodami figur podobnych.
10. Zależność między polami figur podobnych	VII.7	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – zna zależność między obwodami figur podobnych; – wykorzystuje zależność między obwodami figur podobnych.
11. Okrąg wpisany w trójkąt	VII.8	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – wskazuje środek okręgu wpisanego w trójkąt; – wykorzystuje środek okręgu wpisanego w trójkąt.
12. Okrąg opisany na trójkącie	VII.8	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – wskazuje środek okręgu opisanego na trójkącie; – wykorzystuje środek okręgu opisanego na trójkącie.
13. Ortocentrum i środek ciężkości trójkąta	VII.8	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – wskazuje punkt przecięcia wysokości trójkąta (ortocentrum) oraz punkt przecięcia środkowych trójkąta (środek ciężkości); – wykorzystuje ortocentrum i środek ciężkości trójkąta.
14. Wielokąty i okręgi	VII.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – rysuje trójkąt równoboczny, kwadrat, pięciokąt foremny, sześciokąt foremny; – podaje cechę istotną dla danego wielokąta foremnego; – zaznacza w danym wielokącie przekątne.
III. TRYGONOMETRIA			
1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym	VI.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych.
2. Wartości funkcji	VI.1	III. Wykorzystanie	Uczeń:

trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60°		i interpretowanie reprezentacji	– wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów 30° , 45° , 60° .
3. Wartości funkcji trygonometrycznych. Przybliżone wartości kąta	VI.2, VI.3	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora; – znajduje za pomocą tablic przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej.
4. Zależności między funkcjami trygonometrycznymi	VI.4	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – korzysta ze wzorów $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, $\operatorname{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}$; – stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi.
5. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	VI.5	IV. Rozumowanie i argumentacja	Uczeń: – oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych.
6. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych	VII.9	IV. Rozumowanie i argumentacja	Uczeń: – stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.
IV. GEOMETRIA ANALITYCZNA			
1. Równanie prostej w postaci kierunkowej	VIII.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – posługuje się równaniami prostych w postaci kierunkowej; – wyznacza równanie prostej o zadanych wartościach i przechodzenie przez dwa dane punkty; – wyznacza znany współczynnik

			kierunkowy oraz równoległość lub prostopadłość do innej prostej.
2. Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie	VIII.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – poznaje warunki równoległości i prostopadłości prostych na płaszczyźnie; – wskazuje proste równoległe i prostopadłe na płaszczyźnie na podstawie ich równań.
3. Punkt wspólny dwóch prostych	VIII.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – znajduje punkt wspólny dwóch prostych (o ile taki istnieje).
4. Odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych	VIII.3	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych.
KLASA III			
I. STEREOMETRIA			
1. Kąt między prostą a płaszczyzną w przestrzeni	IX.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – wskazuje proste równoległe, prostopadłe i skośne; – wskazuje płaszczyzny równoległe, prostopadłe; – rozpoznaje kąty między prostą a płaszczyzną w przestrzeni.
2. Graniastosłupy	IX.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – oblicza pola powierzchni i objętości graniastosłupów; – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania długości odcinków potrzebnych do obliczania objętości i pól powierzchni graniastosłupów.
3. Ostrosłupy	IX.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	Uczeń: – oblicza pola powierzchni i objętości ostrosłupów; – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania długości odcinków, potrzebnych do obliczania objętości i pól powierzchni ostrosłupów.
4. Bryły obrotowe	IX.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie	Uczeń: – wskazuje poszczególne

		reprezentacji	<p>elementy walca, stożka i kuli;</p> <p>– wyznacza przekroje walców, stożków i kul;</p> <p>– oblicza pola i objętości walców, stożków i kul;</p> <p>– wykorzystuje trygonometrię do obliczania pól powierzchni i objętości brył obrotowych.</p>
II. KOMBINATORYKA			
1. Doświadczenia losowe. Liczba zdarzeń elementarnych	X.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	<p>Uczeń:</p> <p>– zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.</p>
2. Reguła mnożenia	X.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	<p>Uczeń:</p> <p>– zlicza obiekty, stosując regułę mnożenia.</p>
3. Reguła dodawania	X.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	<p>Uczeń:</p> <p>– zlicza obiekty, stosując regułę dodawania.</p>
4. Reguła mnożenia i dodawania	X.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	<p>Uczeń:</p> <p>– zlicza obiekty, stosując łącznie regułę mnożenia i dodawania.</p>
III. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA			
1. Obliczanie prawdopodobieństwa klasycznego	XI.1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	<p>Uczeń:</p> <p>– wyznacza zbiór zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego;</p> <p>– wyznacza zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu danego zdarzenia;</p> <p>– oblicza klasyczne prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia.</p>
2. Średnia arytmetyczna, średnia ważona	XI.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	<p>Uczeń:</p> <p>– oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną (także w przypadku danych pogrupowanych).</p>
3. Mediana i dominanta	XI.2	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	<p>Uczeń:</p> <p>– oblicza medianę oraz wskazuje dominantę zestawu danych.</p>
4. Skala centylowa	XI.3	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	<p>Uczeń:</p> <p>– stosuje skalę centylową.</p>

4. Sposoby osiągnięcia celów kształcenia i wychowania

(z uwzględnieniem możliwości indywidualizacji pracy w zależności od potrzeb i możliwości uczniów oraz warunków, w jakich program będzie realizowany)

W nauczaniu matematyki powinna być spełniona idea jedności w zróżnicowaniu. Trzeba tworzyć warunki, które będą uwzględniać potrzeby i możliwości ucznia. Mimo że zapewnia się wspólne kształcenie wszystkim uczniom, należy tak zaplanować proces lekcyjny, aby dostosować go do potrzeb uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

Pod pojęciem ucznia ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi należy rozumieć zarówno tego, który posiada orzeczenie o potrzebie kształcenia specjalnego, jak i tego, który ma trudności w realizacji standardów wymagań programowych (niższe niż przeciętne możliwości intelektualne) oraz młodzież z dysleksją, dysgrafią czy dyskalkulią.

Do uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi należy również zakwalifikować ucznia zdolnego, który charakteryzuje się wysoką inteligencją, jest twórczy i na ogół ma silną motywację do nauki. Dziecko zdolne szybko się nudzi przy wykonywaniu tych samych, rutynowych czynności, jakie często pojawiają się na lekcjach. Taki uczeń często bywa kłopotliwy, dlatego bardzo ważne jest wspieranie go w rozwoju. Można to osiągnąć za pomocą wzbogacania programu szkolnego oraz indywidualizacji wymagań. Sposoby indywidualizowania pracy z uczniem zdolnym mają za zadanie stawianie mu bardziej zaawansowanych celów kształcenia. Powinny one wskazywać, co można zmienić i rozwinąć w posiadanych wiadomościach i umiejętnościach, udział w olimpiadach, konkursach, turniejach i kołach zainteresowań.

W wypadku uczniów z uszkodzonym słuchem szczególną uwagę należy zwrócić na kształtowanie pojęć i umiejętności operowania pojęciami matematycznymi. Trzeba pamiętać, że opanowywanie treści matematycznych wymaga od ucznia osiągnięcia takiego poziomu językowego, który pozwoli mu dokonywać analizy treści zadań czy poleceń i ustalać kolejność czynności prowadzących do ich rozwiązania. Rolą nauczyciela jest systematyczne sprawdzanie stopnia rozumienia treści poleceń przez ucznia z uszkodzonym słuchem i kierowanie jego aktywnością.

Uczniowie z niepełnosprawnością ruchową mogą mieć problemy z posługiwaniem się wykresami i tabelami oraz z wykonywaniem działań sposobem pisemnym. Szczególne trudności będą dotyczyły realizacji tych standardów, które są związane z własną aktywnością (rysuje, szkicuje, mierzy, konstruuje). Problem może się pojawiać także przy obliczaniu pól figur geometrycznych. Wynika to z kłopotów z orientacją przestrzenną i trudności manualnych, np. uczniowie nie będą w stanie wykonać rysunku pomocniczego, gdzie dzieli się wielokąt na części, by obliczyć pola składowych. W gestii nauczyciela jest przygotowanie dla nich potrzebnych rysunków. U uczniów z niepełnosprawnością ruchową można stwierdzić również nieumiejętność prowadzenia poprawnych zapisów wzorów matematycznych, podstawiania liczb do wzorów, a także problemy z prawidłowym podpisywaniem liczb w kolumnach w czasie wykonywania działań sposobem pisemnym. Znacznie szybciej niż u ich sprawnych rówieśników może się pojawić zmęczenie mięśni dłoni i to niezależnie od tego, czy uczeń pisze ręcznie czy korzysta z komputera. Niektóre osoby niepełnosprawne ruchowo mogą mieć problemy z zamianą jednostek miar. U wielu mogą wystąpić trudności z odczytywaniem tabel i wykresów. Wielu z nich może mieć problemy z zastosowaniem w praktyce wiedzy matematycznej – mają zbyt mało własnych doświadczeń. Uczniowie z dużymi problemami

manualnymi, korzystający z komputera jako narzędzia edycji tekstu, powinni na tym etapie edukacji poznać działanie edytora równań.

U uczniów z niepełnosprawnością ruchową i z wadami wzroku często występują problemy z posługiwaniem się różnymi przyborami na lekcjach geometrii, których używanie wymaga dobrej precyzji ruchu i koordynacji wzrokowo-ruchowej. Należy mieć na uwadze także trudności w korzystaniu z przyrządów pomiarowych, takich jak termometr czy taśma miernicza (z powodu problemów manualnych lub zbyt gęstego umieszczenia oznaczeń uniemożliwiających odczytanie potrzebnych wartości). Jeśli pomiary mają być prowadzone w terenie, u uczniów poruszających się za pomocą wózków lub sprzętu ortopedycznego dodatkowo mogą się pojawić trudności z samodzielnym przemieszczaniem się. Dla wielu uczniów z cięższymi uszkodzeniami narządu ruchu wiedza zdobyta w szkole wydaje się mało użyteczna. Samo poznanie, np. zasad liczenia pieniędzy to informacje, które rzadko przekładają się na możliwość ich wykorzystania w codziennym życiu. U uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi mogą wystąpić trudności w rozumowaniu matematycznym (wyciąganie wniosków z przesłanek), co powoduje problemy z właściwym wykorzystywaniem wyuczonych wzorów, układaniem równań i układów równań do rozwiązywania zadań tekstowych. Mają oni większą skłonność do przedstawiania cyfr w danych czy symboli we wzorach. Materiał graficzny i jego prezentację należy dostosować do możliwości wzrokowych ucznia. Uczniom niewidomym należy zapewnić możliwość korzystania z przyrządów z wypukłymi podziałkami. Warto wiedzieć, że osoby z autyzmem, które czasem wykazują wysokie umiejętności, tzw. zdolności wysypkowe, np. w zakresie rozwiązywania działań matematycznych w pamięci, równocześnie mogą mieć problemy ze zrozumieniem i rozwiązywaniem zadań geometrycznych lub zadań z treścią.

Metody nauczania

Termin *metoda* pochodzi od greckiego słowa *méthodos* – droga, sposób postępowania, sposób badania. Według Wincentego Okonia (*Nowy słownik pedagogiczny*, Warszawa 1998) metoda nauczania to „systematycznie stosowany sposób pracy nauczyciela z uczniami umożliwiający osiągnięcie celów kształcenia, inaczej mówiąc, jest to wypróbowany układ czynności nauczycieli i uczniów realizowanych świadomie w celu spowodowania założonych zmian w osobowościach uczniów”. Każdy sposób pracy nauczyciela z uczniem, który umożliwia realizację celów nauczania, a więc zapoznanie uczniów z nowym materiałem, utrwalenie, kontrolę oraz ocenę wiadomości i umiejętności, to **metoda nauczania**.

Aby właściwie uczyć, należy najpierw rozeznac środowisko klasowe. Najlepszą metodą diagnozy jest analizowanie dokumentacji i obserwacja uczniów od początku roku szkolnego. Właściwe metody nauczania trzeba dobrać tak, aby zagwarantowały one możliwość nauki matematyki u uczniów z różnymi potrzebami edukacyjnymi. W procesie nauczania–uczenia się powinny wystąpić różne metody nauczania.

Metody podające polegają na uczeniu się przez przyswajanie. Najczęściej stosowane formy to:

- pogadanka,
- dyskusja,
- wykład,
- praca z książką,
- wykład informacyjny,
- opowiadanie,

- opis,
- prelekcja,
- objaśnienie, wyjaśnienie.

Metody poszukujące polegają na uczeniu się przez odkrywanie. Przykładami takich metod są:

- praca z tekstem,
- burza mózgów,
- gry dydaktyczne,
- mapa skojarzeń.

Metody eksponujące polegają na uczeniu się przez przeżywanie. Stosujemy je, wykorzystując:

- film,
- inscenizację,
- ekspozycję,
- zawody matematyczne,
- pokaz.

Metody praktyczne polegają na uczeniu się przez działanie. Przykładami takich metod są:

- pokaz,
- ćwiczenia przedmiotowe,
- projekty,
- prace badawcze.

Metody problemowe polegają na uczeniu się przez rozwiązywanie problemów. Stosujemy je, wykorzystując:

- wykład problemowy,
- wykład konwersatoryjny,
- metody aktywizujące.

Omawiając metody nauczania, często skupiamy się na pracy nauczyciela – na tym, jakie działania podejmuje w stosunku do uczniów, aby zorganizować ich proces uczenia się. Jednak o skuteczności tych metod mówimy wówczas, gdy pobudzają one aktywność ucznia, wpływają w efektywny sposób na jego proces uczenia się, a więc na zapamiętywanie, rozumienie, przeżywanie i odkrywanie.

Niewątpliwie konieczne jest ograniczenie metod podających, a rozpowszechnienie technik, które kształcą aktywność i samodzielność. Jeśli bowiem nauczyciel przekazuje uczniom wiedzę tylko w sposób werbalny, to zostają oni pozbawieni możliwości samodzielnego zdobywania wiadomości, porównywania faktów, szukania przyczyn. Istnieje wówczas ryzyko, że podawane im wiadomości przyjmą mechanicznie, bez przemyślenia i zrozumienia. W takiej sytuacji to nauczyciel pracuje za ucznia, gdyż stara się w sposób przystępny i zrozumiały przekazać określone partie materiału, zaś aktywność ucznia może się ograniczyć co najwyżej do próby zapamiętania pewnych faktów.

Podstawową strategią poprawnego procesu nauczania–uczenia się jest koncepcja czynnościowego nauczania matematyki. Koncentruje się ona na zdobywaniu wiedzy operatywnej na

podstawie dobrze zaplanowanej przez nauczyciela działalności ucznia. Koncepcja ta ma również swoje korzenie w podstawach psychologii dziecka, sformułowanej przez J. Piageta, a wyróżniającej cztery następujące po sobie stadia rozwoju intelektualnego człowieka:

- okres inteligencji praktycznej,
- okres wyobrażeń przedoperacyjnych,
- okres operacji konkretnych,
- okres operacji formalnych.

Trzy ostatnie okresy przypadają na czas nauki szkolnej, przy czym uczeń szkoły branżowej znajduje się w stadium inteligencji formalno-operacyjnej, charakteryzującej się zdolnością myślenia hipotetyczno-dedukcyjnego oraz rozwojem myślenia abstrakcyjnego i dominacją inteligencji werbalnej. Może więc przeprowadzać logiczne rozumowania, w których pojawiają się prawdziwe lub fałszywe przesłanki, dokonywać uogólnień, formułować wnioski na drodze dedukcji lub na podstawie systematycznych eksperymentów oraz formułować hipotezy.

Ważne jest, aby uczeń zdobywał wiedzę operatywną na drodze rozwiązywania zadań powiązanych z rzeczywistością, odkrywał prawdy matematyczne, kształcił aktywności: intelektualną, emocjonalną i praktyczną. Inną strategią nauczania matematyki jest koncepcja nauczania problemowego. Jak pisze Helena Siwek w *Dydaktyce matematyki*: „Postępowanie w metodzie problemowej jest przeciwne do metodyki stosowanej w nauczaniu mechanistycznym, w którym dostarcza się gotowych reguł i trenuje uczniów w ich stosowaniu. Natomiast jest ono bardzo podobne do metody czynnościowej, która wymaga organizowania sytuacji problemowych prowadzących od czynności konkretnych przez wyobrażone do abstrakcyjnych” (s. 97).

Problemowej strategii nauczania sprzyja stosowanie aktywizujących metod nauczania. Uczeń staje się badaczem, który pod kierunkiem nauczyciela odkrywa problemy, formułuje hipotezy i próbuje je uzasadnić. Nauczanie problemowe kształtuje umiejętność twórczego myślenia i powoduje, że wiedza staje się bardziej operatywna, to znaczy, że znacznie łatwiej można ją zastosować w praktyce.

Na koniec wspomnimy jeszcze o metodach aktywizujących, takich jak np. burza mózgów, metaplan, drzewko decyzyjne. Metody te rozumiemy jako wskazówki, sposoby działania, które pomogą uczniom:

- pogłębić zainteresowanie przedmiotem nauczania,
- przyswoić bez trudu nową wiedzę,
- rozwinąć własne pomysły i idee,
- komunikować się,
- dyskutować i spierać się na różne tematy,
- podjąć działania na rzecz własnej szkoły.

Stosowanie na lekcji aktywizujących metod nauczania rozwija samodzielność i kreatywność zarówno ucznia zdolnego, jak i ucznia o obniżonych możliwościach intelektualnych i psychoruchowych oraz sprzyja efektywności nauczania, między innymi poprzez uatrakcyjnienie procesu.

Metody uczenia się

Uczenie się matematyki to przyswajanie przez ucznia informacji z różnych źródeł, ćwiczenie sprawności rachunkowej i tworzenie nowych dla niego elementów wiedzy. Metody uczenia się to przede wszystkim uczenie się:

- przez naśladownictwo,
- metodą prób i błędów,

- przez zrozumienie (wgląd),
- pamięciowe, poprzez zapamiętanie wiadomości i algorytmów,
- przez rozwiązywanie problemów,
- mimowolne (uboczne), które następuje przy okazji wykonywania jakichś czynności, np. uczenie się przez zabawę.

Uczenie się przez naśladowanie to ćwiczenie gotowych algorytmów i sprawności, a także analiza i twórcze naśladowanie wzorów, np. rozwiązywanie zadań po zmianie oznaczeń czy danych.

Uczenie się metodą prób i błędów jest typowe dla problemów stosunkowo łatwych, tzn. takich, gdzie liczba możliwości czy pomysłów na rozwiązanie jest skończona i niewielka. Po uświadomieniu i sformułowaniu problemu następuje poszukiwanie sposobu, który pozwoli na pokonanie pojawiającej się trudności. Podejmowane są kolejne próby rozwiązania, z których część może się zakończyć niepowodzeniem, natomiast część doprowadzi do pożądanego efektu. Próby, które zakończyły się sukcesem, zostają wzmocnione pozytywnie i zapamiętane, a zatem się utrwalają. Jeśli jednak podjęta próba zakończyła się porażką, oznacza to, że nastąpiło wzmocnienie negatywne i ostatecznie ten sposób, którym chciano osiągnąć cel, zostaje zapomniany.

Uczenie się przez wgląd polega na wnikięciu w istotę rzeczy, zobaczeniu relacji między elementami. Przy tym sposobie również są podejmowane różne próby rozwiązania, jednak żadna z nich nie prowadzi do celu. W efekcie, z braku jakiegokolwiek pomysłu na rozwiązanie, nierozwiązany problem zostaje porzucony. Następuje więc przerwa, po której nagle następuje „ośnienie”, czyli zrozumienie albo odkrycie rozwiązania porzuconego problemu. Zjawisko takie może się zdarzyć każdemu uczniowi, zarówno słabemu, jak i dobremu, a wiadomości zdobyte przez wgląd są znacznie bardziej trwałe niż uzyskane przy uczeniu się metodą prób i błędów.

Uczenie się pamięciowe jest oparte na procesie pamięci (choć pamięć bierze udział w każdym uczeniu się). Tego rodzaju uczenie się zachodzi wtedy, gdy pewne treści chcemy zapamiętać dosłownie, aby je w razie potrzeby dokładnie odtworzyć. Uczenie się pamięciowe polega na powtarzaniu tekstu aż do całkowitego zapamiętania go. Wszystkie wzory, zasady, prawa, daty, teksty wierszy wymagają zapamiętywania dosłownego i wiernego odtworzenia.

Uczenie się poprzez rozwiązywanie problemów to stosowanie metod heurystycznych, czyli metod aktywnych, samodzielnych obserwacji, doświadczeń i poszukiwań. Obejmują reguły, zasady, taktyki, strategie i intuicje, które regulują przebieg procesu poznawczego, ale nie gwarantują, że zakończy się on sukcesem. Dla zadań problemowych nie istnieje bowiem jeden algorytm pozwalający rozwiązać wszystkie zadania tego typu.

Uczenie się mimowolne, czyli uboczne, następuje, kiedy nauka nie jest zamierzona, lecz mimowolna, np. poprzez bierną obserwację i zapamiętywanie.

Rodzaje zadań matematycznych

Zadania występujące w matematyce można podzielić ze względu na stopień zawartej w nich aktywności matematycznej na:

- zadania – ćwiczenia,
- zadania – zwykłe zastosowania teorii,
- zadania – problemy.

Zadania – ćwiczenia polegają na zastosowaniu gotowych algorytmów, schematów, wzorów oraz wykonaniu typowych działań w analogicznych sytuacjach. Celem stosowania ćwiczeń jest zmechanizowanie prostych czynności i wyrobienie sprawności arytmetycznej. Można powiedzieć, że ćwiczenia dają uczniowi sprawność „warsztatową” w typowych, przewidywalnych zadaniach. Ćwiczenia to uczenie się przez naśladownictwo.

Zadania –zwykłe zastosowania teorii wymagają zróżnicowanej aktywności i samodzielności. Często prowadzą się one do matematyzacji sytuacji opisanej w treści zadania. Rozwiązanie zazwyczaj nie wymaga szczególnych pomysłów, nasuwa się w sposób naturalny, o ile uczeń posiada wiadomości umożliwiające mu bezpośrednie rozwiązanie zadania.

Zadania – problemy są zadaniami otwartymi, których nie można rozwiązać za pomocą poznanego wzoru lub schematu. Zawierają one trudność o charakterze teoretycznym lub praktycznym, prowokującą do poszukiwań i do aktywności badawczej, która może umożliwić rozwiązanie problemu.

Ucząc ucznia rozwiązywania zadań problemowych, musimy przyzwyczajać go do zadawania sobie pytań takich, jak: „Co jest dane, a co niewiadome? Jaki jest warunek? Czy warunek wystarcza do określenia niewiadomej? Czy zadanie zawiera wszystkie konieczne dane?”. Początkowo to nauczyciel sam stawia tego typu pytania. Ważne jest jednak, by były one mocno akcentowane i zadawane świadomie, tzn. aby uczeń rozumiał konieczność ich stawiania. Tylko wtedy, po pewnym czasie, będzie on przeprowadzał dialog wewnętrzny, czyli na postawione sobie samemu pytania udzieli odpowiedzi, a to oznacza właściwą analizę zadania.

Warto również zapoznać uczniów z operacjami analizy i syntezy. Analiza to myślowe rozkładanie przedmiotu lub zjawiska na poszczególne elementy składowe lub momenty danej sytuacji. Dzięki analizie wyodrębniamy ze złożonego zjawiska związki istotne od przypadkowych, a elementy właściwe od niewłaściwych. Synteza zaś to proces odwrotny do analizy, polegający na ujmowaniu zjawiska jako całość po zbadaniu jego składników wydzielonych przez analizę. W ten sposób gromadzimy dane do rozwiązania problemu.

Istotne jest również zapoznanie uczniów z rozumowaniem dedukcyjnym i redukcyjnym. Dedukcja polega na wyprowadzeniu z jednego lub więcej zdań jakiegoś ich następstwa. Redukcja to rozumowanie, w którym wychodzimy od celu, a następnie „cofamy się” przez warunki wystarczające.

Zasady nauczania

Prawidłowa realizacja celów uczenia się jest związana ze stosowaniem przez nauczyciela zasad nauczania.

Zasada systematyczności polega na systematycznym zdobywaniu i utrwalaniu wiedzy. Odnosi się ona przede wszystkim do ucznia, który powtarza poznane treści i umiejętności. Uczeń systematycznie realizujący materiał nauczania oraz systematycznie oceniany przez nauczyciela jest stale gotowy do wykonywania dalszych zadań i nie stwarza problemów wychowawczych.

Zasada przystępności kształcenia stopniuje trudności, czyli dostosowuje treści i metody nauczania do stopnia rozwoju i możliwości ucznia. Realizację nowego zagadnienia należy rozpocząć od przypomnienia wcześniej opanowanego materiału, niezbędnego do zrozumienia nowych treści. Konieczne jest też rozpoczynanie od przykładów i zadań najprostszych, by po ich zrozumieniu przejść do zadań trudniejszych i uogólnień. Zasada stopniowania trudności wskazuje też na taki dobór zadań, aby ich rozwiązanie nie zniechęcało nadmierną łatwością, a zarazem nie nastroczało trudności, których uczeń nie jest w stanie pokonać. Powinien on samodzielnie rozwiązywać zadania, które wymagają od niego wysiłku, ale umożliwiają mu osiągnięcie powodzenia.

Zasada pogładowości wyraża konieczność zdobywania wiedzy poprzez bezpośrednie poznanie omawianej treści. Korzystanie na lekcjach z pomocy dydaktycznych, np. programów komputerowych czy prezentacji multimedialnych, wzbudza zainteresowanie przedmiotem, sprzyja rozwijaniu zmysłu obserwacji oraz ułatwia zrozumienie i przyswojenie treści matematycznych.

Zasada świadomości i aktywności polega na świadomym i aktywnym uczestnictwie ucznia w procesie uczenia się, czyli braniu udziału w dyskusjach, wykonywaniu zadań, pracy na lekcji i realizowaniu projektów.

Zasada trwałości mówi o konieczności stosowania takiego przebiegu procesu dydaktycznego, który pozwoli na trwałe przyswojenie wiedzy. Tylko wielokrotne powracanie do poznanych treści i częste powtarzanie poznanych czynności pozwoli trwale i skutecznie coś zapamiętać. Zasada ta rzetelnie stosowana prowadzi do osiągania dobrych wyników w nauczaniu matematyki.

Zasada indywidualizacji wynika z faktu, że w każdej klasie znajdują się uczniowie o różnym poziomie intelektualnym i rozmaitych zainteresowaniach. Stosując tę zasadę, nauczyciel powinien stworzyć warunki do rozwoju zainteresowań i zdolności uczniom o większych możliwościach intelektualnych, m.in. przez dobór odpowiednich zadań i problemów na lekcjach, oraz przez umożliwienie im udziału w zajęciach koła matematycznego czy uczestnictwa w konkursach przedmiotowych. Uczniowie mający trudności w uczeniu się matematyki muszą być otoczeni szczególną opieką, powinni realizować materiał z poziomu wymagań koniecznych i podstawowych oraz uczyć się na zajęciach dydaktyczno-wyrównawcze.

Zasada zespołowości dotyczy organizacji pracy na lekcji oraz współczesnych potrzeb społecznych. Nauczyciel w celu przyspieszenia nauczania i sprawniejszego opanowania umiejętności powinien często organizować prace zespołowe, które przyczynią się również do wyrobienia odpowiednich postaw takich, jak umiejętność współdziałania, wysłuchiwanie racji innych, chęć wzajemnej pomocy i uzupełniania się, odpowiednie tempo i rytmiczność pracy, przygotowanie do zespołowej pracy zawodowej. Uczeń podczas pracy w grupie zajmie odpowiednie miejsce, włączy się do realizacji celu poprzez dzielenie się swoimi umiejętnościami oraz zapozna się z umiejętnościami i metodami uczenia się innych.

Formy pracy

Forma nauczania to organizacyjna strona procesu nauczania–uczenia się. Określa ona zewnętrzne warunki nauczania, tj. rodzaj zajęć oraz warunki miejsca i czas pracy dydaktycznej.

Podstawową formą organizacyjną nauczania matematyki w szkole jest lekcja. Starannie przygotowana, prawidłowo zbudowana i należycie przeprowadzona gwarantuje osiągnięcie dobrych wyników. Przygotowanie do lekcji polega przede wszystkim na ustaleniu tematu i celów lekcji, określeniu treści, które mają być przez uczniów przyswojone, oraz umiejętności, które uczniowie będą nabywali. Trzeba również przewidzieć środki dydaktyczne, które będą użyte na lekcji, dobrać ćwiczenia i zadania do wykonania w klasie i w domu oraz określić metody i formy pracy. Lekcje matematyki powinny być tak zbudowane i prowadzone, aby nowy materiał nauczania był wplatany w treści już opanowane, żeby wiedza ucznia rozwijała się stopniowo, bez gwałtownych skoków, a wiadomości i umiejętności już opanowane nie uległy zapomnieniu.

Uczenie się na lekcjach matematyki może przybierać formy:

- pracy w grupach,
- pracy samodzielnej,
- pracy zindywidualizowanej,
- pracy nauczyciela z całą klasą,
- pracy domowej.

Praca w grupach daje możliwość współdziałania z kolegami, dyskutowania i wykonywania pracy zespołowej. W zależności od celów lekcji grupy mogą być jednorodne lub zróżnicowane pod względem uzdolnień i posiadanych wiadomości. Przynależność do małej grupy (4–5-osobowej) wpływa na zwiększenie motywacji i zaangażowania ucznia. Uczniowie zdolni, otrzymując trudniejsze problemy do rozwiązania, mogą wykazać się samodzielnością, zaś uczniowie słabsi, współpracując ze zdolniejszymi, uczą się od nich. Nauczyciel podczas takiej formy pracy pełni funkcję doradczą. Pozwala mu to na skupienie uwagi na uczniach słabszych i średnich, gdyż potrzebują oni najwięcej pomocy. Aby w pełni wykorzystać walory dydaktyczne tej formy pracy, konieczna jest dyskusja nad jej przebiegiem i wynikami, przeprowadzona przez nauczyciela z całą klasą.

Praca samodzielna ma na celu pogłębienie zdobytej wiedzy i wykorzystanie jej w samodzielnym poznawaniu nowych wiadomości. Realizacja tego zamiaru wymaga bogatego zbioru zadań matematycznych, obejmującego zadania o różnej trudności, w tym nietypowe. Nauczyciel może wówczas dobrać zadania motywujące ucznia do pracy w zależności od poziomu, jaki reprezentuje. Podobną funkcję może spełniać również zeszyt ćwiczeń, który zazwyczaj dostarcza zadania ćwiczące umiejętności konieczne, podstawowe i rozszerzające w szerszym zakresie.

Praca zindywidualizowana dotyczy wszystkich lub wybranych uczniów. Może przybrać formę ustnej odpowiedzi, referowania przed klasą, referowania przez wskazanego ucznia pracy domowej, jak również przydzielenia każdemu uczniowi określonego zadania (odpowiednio zróżnicowanego) do samodzielnego rozwiązania.

Praca nauczyciela z całą klasą to najczęściej stosowana forma pracy. Jest ona prowadzona na poziomie wymagań dostosowanym do większości uczniów w klasie. Zazwyczaj powoduje to jednak sytuacje, w których uczniowie zdolni się nudzą, zaś uczniowie słabsi mają problem ze zrozumieniem zagadnień podawanych przez nauczyciela. Aby temu przeciwdziałać, nauczyciel powinien stosować indywidualizację pracy.

Praca domowa służy utrwaleniu materiału poznanego na lekcji. Powinna być celowa i sensowna. Mogą to być polecenia polegające na rozwiązywaniu zadań tego typu, jakie zostały omówione w klasie, ćwiczenia doskonalące sprawności rachunkowe, sporządzanie rysunków, wykresów, brył, siatek brył itp. Może to być także projekt edukacyjny. Należy jednak pamiętać, że obowiązkowa praca domowa nie powinna być trudniejsza niż ta wykonywana w klasie. Oczywiście, można pracę zróżnicować, dostosowując ją do możliwości uczniów. Konieczne jest sprawdzanie pracy domowej. Można je przeprowadzić ilościowo lub jakościowo. Sprawdzenie jakościowe daje uczniowi możliwość weryfikacji wyników, które uzyskał – jest więc bardziej pożądane.

Środki dydaktyczne

Środkami dydaktycznymi nazywamy różne pomoce naukowe, które dzięki temu, że wpływają na różne zmysły, pozwalają uczniowi na wielopłaszczyznowe poznanie danego zagadnienia. Stosowanie ich w procesie nauczania ma wiele pozytywnych skutków: pomagają one skondensować przekazywane wiadomości w krótszej formie, jak i uczynić naukę bardziej atrakcyjną dla uczniów.

Włączenie różnorodnych środków dydaktycznych do procesu nauczania umożliwia efektywną realizację podstawowych zasad dydaktyki: przystępności, pogładowości, operatywności wiedzy, aktywnego udziału ucznia w procesie nauczania. Dodatkowo pozwala to na indywidualizację tempa pracy, jej rytmu i poziomu wymagań, co oddziałuje na rozwój pozytywnej motywacji ucznia i ułatwia organizację kształcenia w systemie klasowo-lekcyjnym. Dzięki zastosowaniu środków dydaktycznych zamiast lekcji, podczas których uczeń biernie zdobywa określoną wiedzę, można prowadzić zajęcia kształtujące umysł, rozwijające umiejętności i osobowość ucznia.

Wśród stosowanych obecnie środków dydaktycznych można wymienić: modele, schematy, rysunki, gry dydaktyczne, prezentacje multimedialne, testy interaktywne. W ostatnich latach pojawiło się wiele pomocy, w których są wykorzystywane komputer i tablice interaktywne. Uczniowie mają obecnie dostęp do internetu i chętnie z niego korzystają.

5. Opis założonych osiągnięć ucznia

Zastosowanie przez nauczyciela wcześniej opisanych metod nauczania, form pracy i środków dydaktycznych oraz korzystanie z niniejszego programu nauczania umożliwi uczniom zdobycie umiejętności. Po ukończeniu zasadniczej szkoły zawodowej uczeń nabywa przedstawione niżej osiągnięcia.

Dział I. LICZBY RZECZYWISTE I WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Uczeń:

- przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach;
- wskazuje przykłady liczb naturalnych całkowitych, wymiernych i niewymiernych;
- porządkuje i porównuje liczby wymierne;
- zapisuje rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych z żadaną dokładnością;
- zaznacza położenie liczb wymiernych na osi liczbowej i odczytuje współrzędne punktu na osi liczbowej;
- oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej;
- stosuje prawa działań;
- oblicza wartość wyrażeń arytmetycznych;
- dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne w pamięci, pisemnie oraz za pomocą kalkulatora;
- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne z zachowaniem kolejności wykonywania działań;
- oblicza potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym;
- oblicza iloczyn i iloraz potęg o tych samych podstawach lub o tym samym wykładniku;
- oblicza potęgę potęgi;
- zapisuje liczby w notacji wykładniczej;
- zapisuje potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym za pomocą potęgi o wykładniku naturalnym;
- zapisuje potęgi o wykładniku naturalnym za pomocą potęgi o wykładniku całkowitym ujemny;
- przekształca wyrażenia zawierające potęgi;
- oblicza pierwiastek kwadratowy i sześcienny;
- wyłącza czynnik przed znak pierwiastka;
- włącza czynnik pod znak pierwiastka;
- szacuje wartości pierwiastków;
- oblicza iloczyn i iloraz pierwiastków;
- oblicza wartości wyrażeń, w których występują pierwiastki;
- szacuje liczby niewymierne (także z użyciem kalkulatora);
- przekształca wyrażenia zawierające pierwiastki;
- usuwa niewymierność z mianownika ułamka;

- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby rzeczywiste z zastosowaniem reguł kolejności wykonywania działań;
- posługuje się osią liczbową;
- posługuje się wartością bezwzględną, podaje jej interpretację na osi liczbowej oraz rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną;
- zaznacza na osi liczbowej przedział domknięty, lewostronnie otwarty, prawostronnie otwarty, nieograniczony;
- odczytuje i zapisuje przedział przedstawiony na osi liczbowej;
- zapisuje warunki typu: $x < a$, $x \leq a$, $x > a$, $x \geq a$, $a < x < b$, $a \leq x < b$, $a \leq x \leq b$, $a < x \leq b$ z wykorzystaniem przedziałów i zaznacza je na osi liczbowej;
- odczytuje iloczyn i sumę przedziałów liczbowych przedstawionych na osi liczbowej;
- ilustruje na osi liczbowej iloczyn i sumę podanych przedziałów liczbowych;
- podaje definicję błędu przybliżenia, błędu względnego i błędu bezwzględnego przybliżenia;
- przeprowadza obliczenia, posługując się przybliżeniami liczb;
- stosuje reguły zaokrąglania, szacowania wartości liczbowych;
- zna pojęcie procentu;
- oblicza procent danej liczby;
- oblicza liczbę, gdy dany jest jej procent;
- oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba;
- wykonuje obliczenia procentowe;
- oblicza podatek;
- oblicza oprocentowanie kredytów i oszczędności;
- zapisuje treść zadania w postaci równania z zastosowaniem obliczeń procentowych;
- stosuje obliczenia procentowe w zadaniach z życia codziennego;
- oblicza wartość liczbową wyrażenia algebraicznego;
- porządkuje jednomiany;
- redukuje wyrazy podobne w sumach algebraicznych;
- dodaje i odejmuje sumy algebraiczne i przedstawia wyniki tych działań w najprostszej postaci;
- mnoży sumy algebraiczne przez jednomian;
- mnoży sumy algebraiczne przez sumy algebraiczne;
- stosuje wzory skróconego mnożenia;
- wyłącza wspólny czynnik przed nawias;
- usuwa niewymierność z mianownika ułamka z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia.

Dział II. FUNKCJE

Uczeń:

- rozpoznaje funkcję wśród różnych przyporządkowań;
- rozpoznaje, czy przyporządkowanie określone za pomocą wykresu lub grafu jest funkcją;
- określa dziedzinę i zbiór wartości funkcji;
- podaje przykłady przyporządkowań, które są funkcjami;
- odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji;

- oblicza wartość funkcji liniowej $y = ax + b$ dla danego argumentu;
- rysuje wykres funkcji liniowej na podstawie tabeli;
- odczytuje z wykresu własności funkcji;
- sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania;
- rozwiązuje proste równania liniowe;
- rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem równań;
- sprawdza, czy dana liczba należy do zbioru rozwiązań nierówności;
- rozwiązuje prostą nierówność liniową;
- zapisuje rozwiązanie nierówności w postaci przedziału liczbowego;
- zaznacza rozwiązanie nierówności na osi liczbowej;
- rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem nierówności;
- rozwiązuje rachunkowo prosty układ równań dowolną metodą;
- odczytuje z wykresu układu równań jego zbiór rozwiązań;
- rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem układów równań;
- odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym;
- rysuje wykres proporcjonalności odwrotnej;
- odczytuje własności funkcji z wykresu;
- rozwiązuje zadania praktyczne dotyczące proporcjonalności odwrotnej.

Dział III. PLANIMETRIA

Uczeń:

- podaje cechę istotną dla danego rodzaju trójkąta;
- wykonuje obliczenia na podstawie twierdzenia o sumie kątów w trójkącie;
- oblicza obwód trójkąta;
- oblicza pole trójkąta na podstawie wzoru;
- podaje cechę istotną dla danego czworokąta;
- zaznacza w danym czworokącie przekątne i wysokości;
- oblicza obwód czworokąta, gdy zna długości jego boków;
- oblicza pole czworokąta na podstawie wzoru;
- zaznacza w okręgu promień, średnicę, cięciwę;
- oblicza obwód i pole koła o danym promieniu;
- rysuje w okręgu kąt wpisany i kąt środkowy;
- wykonuje obliczenia na podstawie twierdzenia o zależności miar kątów środkowego i wpisanego opartych na tym samym łuku;
- konstruuje okrąg opisany na trójkącie;
- konstruuje okrąg wpisany w trójkąt;
- rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
- korzysta ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe;
- oblicza długość okręgu i łuku okręgu;

- korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombch i w trapezach;
- zamienia jednostki pola;
- oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali;
- oblicza stosunek pól wielokątów podobnych;
- rozpoznaje wielokąty przystające i podobne;
- stosuje cechy przystawiania trójkątów;
- korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych.

Dział IV. TRYGNOMETRIA

Uczeń:

- stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- stosuje twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania zadań praktycznych;
- wykorzystuje w zadaniach definicję funkcji sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta ostrego;
- zna wartości funkcji trygonometrycznych;
- korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych z wykorzystaniem tablic lub kalkulatora;
- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań geometrycznych;
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego oraz wyznacza miarę kąta, gdy dana jest wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- zna wartości funkcji trygonometrycznych dla charakterystycznych kątów: 30° , 60° , 45° i wykorzystuje je w zadaniach;
- zna związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

Dział V. FUNKCJA KWADRATOWA

Uczeń:

- rysuje wykres funkcji w postaci $y = ax^2$, gdzie $a \neq 0$;
- określa kierunek ramion paraboli bez rysowania wykresu jednomianu kwadratowego;
- określa monotoniczność jednomianu kwadratowego;
- określa dziedzinę i zbiór wartości jednomianu kwadratowego;
- wskazuje współczynniki a , b , c w postaci ogólnej trójmianu kwadratowego;
- wylicza współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem danego trójmianu kwadratowego;
- sprowadza trójmian kwadratowy do postaci kanonicznej;
- podaje postać ogólną trójmianu kwadratowego zapisanego w postaci kanonicznej;
- oblicza miejsca zerowe funkcji kwadratowej;
- bada, czy dany trójmian kwadratowy można przedstawić w postaci iloczynowej;
- przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeżeli jest to możliwe;
- określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego;
- oblicza pierwiastki równania kwadratowego, jeżeli istnieją;
- rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- rozwiązuje zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji kwadratowej.

Dział VI. STEREOMETRIA

Uczeń:

- wskazuje proste prostopadłe, równoległe i skośne;
 - wskazuje płaszczyzny równoległe i prostopadłe;
 - określa wzajemne położenie płaszczyzn;
 - wskazuje:
 - kąt między krawędzią boczną ostrosłupa a płaszczyzną jego podstawy,
 - kąt między wysokością a płaszczyzną ściany bocznej ostrosłupa,
 - kąt, jaki tworzy przekątna przekroju osiowego walca z płaszczyzną podstawy walca,
 - kąt nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny podstawy stożka,
 - kąt dwuścienny między dwiema sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa lub graniastosłupa,
- oraz
- zaznacza kąt liniowy kąta dwuściennego,
 - oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa,
 - zaznacza przekroje prostopadłościanów;
- wskazuje kąt nachylenia przekątnej prostopadłościanu do płaszczyzny podstawy prostopadłościanu, kąt nachylenia przekątnej prostopadłościanu do płaszczyzny ściany bocznej, kąt dwuścienny między dwiema sąsiednimi ścianami bocznymi graniastosłupa oraz zaznacza kąt liniowy kąta dwuściennego;
- oblicza objętość ostrosłupa;
- oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej ostrosłupa;
- wskazuje kąt między krawędzią boczną ostrosłupa a płaszczyzną jego podstawy, kąt między wysokością a płaszczyzną ściany bocznej ostrosłupa;
- oblicza objętość i pole powierzchni walca;
- oblicza objętość i pole powierzchni stożka;
- oblicza objętość i pole powierzchni kuli.

Dział VII. ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ

Uczeń:

- odczytuje informacje z tabel, diagramów i wykresów (sytuacje z życia);
- porównuje wielkości na podstawie tabeli, wykresu lub diagramu;
- oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę;
- przedstawia dane empiryczne przedstawione w postaci opisu, prezentowane w tabeli i na wykresie.

6. Propozycje kryteriów oceny i metod sprawdzania osiągnięć ucznia

W trakcie procesu nauczania nauczyciel dokonuje oceny zgodnie z przyjętymi celami nauczania – ocenia umiejętności ucznia i jego kompetencje matematyczne. Ocenianie często jest dla nauczyciela trudne, m.in. dlatego, że wiąże się z emocjami uczniów i rodziców. Powinien więc starać się, by ocena była obiektywna. Obecnie stosowane zapisy przedmiotowych systemów oceniania regulują większość sytuacji konfliktowych. Przypomnijmy funkcje, jakie spełnia ocena osiągnięć szkolnych uczniów.

Funkcja wychowawcza polega na motywowaniu ucznia do dalszej nauki. Rolę taką spełnia zarówno wynik pozytywny, jak i negatywny. Uczeń przeciętny czy słaby także pragnie wykazać się wiedzą i zyskać aprobatę nauczyciela, dlatego wynik negatywny powinien być właściwie zastosowany, tzn. uzasadniony i zaakceptowany przez ucznia. Oczywiście, motywacja zewnętrzna, czyli sterowana oceną, nie daje takich rezultatów jak motywacja wewnętrzna ucznia (chęć pomnażania swojej wiedzy i umiejętności).

Funkcja dydaktyczna wiąże się z całościowym ujęciem zagadnień omawianych na zajęciach. Przeprowadzając kontrolę, zmuszamy ucznia do porządkowania swojej wiedzy i tworzenia pewnej struktury. Biorąc udział w sprawdzaniu swoich wiadomości, jest on zmuszony do poszukiwań analogii oraz związków przyczynowo-skutkowych. Przeprowadzona kontrola pomaga uczniowi dostrzec własne braki. Ma to miejsce, gdy otrzyma on poprawioną pracę z uwagami nauczyciela.

Funkcja diagnozująca jest szczególnie ważna dla nauczyciela. Musi on rozpoznać braki ucznia, przewidzieć i ustalić, jakie elementy wiedzy należy powtórzyć, jakie odrzucić, a jakie rozszerzyć.

Funkcja informacyjna (klasyfikująca) przedstawia poziom opanowania wiedzy, informuje o osiągnięciach nie tylko ucznia, ale i rodziców lub opiekunów, którzy współdziałają ze szkołą w nauczaniu dziecka. Powinna to być informacja szczegółowa, a nie tylko jednoskładnikowa, jaką jest ocena cyfrowa. Rodzic ma prawo wiedzieć, jakie zagadnienia sprawiają dziecku trudności i czego dotyczy dana ocena.

Funkcja metodyczna oceny szkolnej jest odmianą funkcji informującej. Polega na ustaleniu skuteczności działań nauczyciela. Dzięki niej może on ocenić trafność stosowanych metod nauczania, ewentualnie zastanowić się nad doborem takich, które podniosą skuteczność nauczania.

Selektywna funkcja oceny szkolnej pozwala odróżnić uczniów dobrze przygotowanych do dalszej nauki od tych, którzy danej umiejętności jeszcze nie posiadli.

Jak zatem oceniać ucznia, aby uwzględnić wszystkie funkcje oceny szkolnej i jednocześnie mieć poczucie, że ocena jest sprawiedliwa? Najpełniej te założenia spełnia ocenianie holistyczne, czyli oparte na pełnej informacji o uczniu i jego osiągnięciach, uwzględniające jego indywidualne cechy i przebieg nauki. Nauczyciel powinien stosować różne źródła gromadzenia informacji o uczniu, uwzględniając potrzeby i osiągnięcia uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, oceniać prace pisemne, wypowiedzi ustne oraz inne formy aktywności, takie jak: aktywność na lekcji, udział w

konkursach matematycznych, zajęciach koła matematycznego czy lekcjach dydaktyczno-wyrównawczych.

Obecnie w niektórych szkołach stosuje się ocenianie kształtujące, nazywane także ocenianiem pomagającym się uczyć. Ten sposób oceniania jest w wielu krajach uważany za jeden z najbardziej obiecujących kierunków reformowania oświaty. W ocenianiu kształtującym nauczyciel stosuje następujące zasady:

- a) określa cele lekcji i formułuje je w języku zrozumiałym dla ucznia,
- b) ustala wraz z uczniami kryteria oceniania,
- c) buduje atmosferę uczenia się, pracując z uczniami i rodzicami,
- d) formułuje pytania kluczowe oraz zadaje pytania angażujące ucznia w lekcję,
- e) stosuje efektywną informację zwrotną,
- f) wprowadza samoocenę i ocenę koleżeńską,
- g) rozróżnia funkcje oceny sumującej i kształtującej.

W szkole funkcjonuje wielostopniowa skala ocen, dlatego konieczne jest ustalenie niezbędnych osiągnięć ucznia, czyli określenie treści nauczania, które powinny być opanowane na poszczególne stopnie szkolne. Nauczyciel, formułując wymagania na poszczególne stopnie, powinien uwzględnić następujące kryteria:

1. kryterium przystępności, które rozumiemy jako łatwość opanowania danego elementu treści;
2. kryterium wartości kształcącej, polegające na możliwości przeniesienia wewnętrznej struktury treści, w tym np. na tworzeniu analogii czy uogólnień;
3. kryterium niezawodności, rozumiane jako pewność naukowa, tzn. treść trwale przydatna, która nie straci na użyteczności, nie zdezaktualizuje się i która będzie podstawą do dalszego kształcenia;
4. kryterium niezbędności wewnątrzprzedmiotowej, wynikające z faktu, że pewne wiadomości i umiejętności stanowią podstawę uczenia się danego zakresu treści;
5. kryterium niezbędności międzyprzedmiotowej, wynikające z powiązań elementu treści z treściami nauczania innych przedmiotów oraz kolejnych etapów nauczania tego samego przedmiotu;
6. kryterium użyteczności rozumiane jako wykorzystanie treści w obecnej i przyszłej pracy oraz w życiu.

Można podać następujące etapy analizy wymagań:

1. Właściwy dobór i zakres treści nauczania.
2. Sformułowanie celów dydaktycznych lub operacyjnych.
3. Określenie kategorii celów.
4. Zastosowanie kryteriów wymagań.
5. Określenie wymagań.
6. Sprawdzenie zupełności i hierarchiczności wymagań.

Wśród wymagań wyróżniamy wymagania na:

- ocenę dopuszczającą,
- ocenę dostateczną,
- ocenę dobrą,
- ocenę bardzo dobrą,
- ocenę celującą.

Wymagania na ocenę dopuszczającą obejmują zazwyczaj umiejętności najbardziej elementarne, dzięki którym uczeń może świadomie korzystać z lekcji. Wymagania konieczne zawierają umiejętności podstawowe, ale ich nie wyczerpują.

Wymagania na ocenę dostateczną obejmują treści przystępne, najprostsze i najbardziej uniwersalne, pewne naukowo i niezawodne. Wiadomości i umiejętności te są niezbędne na danym etapie kształcenia i na wyższych etapach oraz bezpośrednio użyteczne w pozaszkolnej działalności ucznia. Aby uzyskać ocenę dostateczną, uczeń powinien opanować wiadomości konieczne i podstawowe.

Wymagania na ocenę dobrą zawierają treści umiarkowanie przystępne, mniej typowe i bardziej złożone. Wiadomości te są przydatne, ale nie niezbędne na danym i wyższych etapach kształcenia. Ponadto są one pośrednio użyteczne w pozaszkolnej działalności ucznia. Aby uzyskać ocenę dobrą, uczeń powinien opanować wiadomości konieczne, podstawowe i rozszerzające.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą to treści trudne do opanowania, złożone, twórcze naukowo i unikatowe. Są one wyspecjalizowane ponad potrzeby głównego kierunku nauki szkolnej i odległe od bezpośredniej użyteczności w życiu pozaszkolnym. Aby uzyskać ocenę bardzo dobrą, uczeń powinien opanować wiadomości konieczne, podstawowe, rozszerzające i dopełniające.

Wymagania na ocenę celującą zawierają treści trudne, złożone oraz twórcze naukowo. Wymagają one od ucznia aktywnej postawy oraz łączenia elementów wiedzy z różnych dziedzin. Uczeń samodzielnie rozwija swoje uzdolnienia, biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami w rozwiązywaniu problemów teoretycznych lub praktycznych, proponuje rozwiązania nietypowe lub osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach przedmiotowych. Aby uzyskać ocenę celującą, uczeń powinien opanować wiadomości ze wszystkich poziomów.

Wymagania na poszczególne stopnie szkolne mogą być zestawione w postaci tabeli lub wykazu. O hierarchiczności układu mówimy, gdy według ustalonych wymagań może być ocenionych co najmniej 90% uczniów. Hierarchia wymagań jest zakłócona, gdy uczeń spełnia wymagania wyższe, jednocześnie nie spełniając niższych. Ustalenie i konsekwentne stosowanie racjonalnych wymagań programowych pozytywnie wpływa na jakość oceniania wewnątrzszkolnego.

To, jaki sposób oceniania przyjmie nauczyciel, zależy od obowiązującego w szkole Wewnątrzszkolnego Systemu Oceniania oraz Przedmiotowych Systemów Oceniania. Dla obu tych dokumentów istotne jest ustalenie jasnych, czytelnych reguł, które są znane uczniom i rodzicom oraz są konsekwentnie przestrzegane zarówno przez uczniów, jak i nauczycieli.

Zazwyczaj ocena jest ustalana na podstawie ocen cząstkowych z:

- prac klasowych,
- testów,
- odpowiedzi ustnych,
- kartkówek,
- prac domowych.

Istotnymi sprawami są: liczba prac samodzielnych w semestrze, procentowy przedział punktów na poszczególne oceny oraz możliwość poprawienia oceny, gdy uczeń z różnych przyczyn otrzyma ocenę, która go nie satysfakcjonuje.

Proponujemy przeprowadzać godzinne prace klasowe po zakończeniu każdego rozdziału oraz krótkie, 15-20-minutowe kartkówki obejmujące aktualnie realizowany materiał, pozwalające sprawdzić systematyczność pracy ucznia. Każdy sprawdzian powinien uwzględniać opanowanie treści na wszystkich poziomach wymagań.

Ocena powinna być obiektywna, dlatego najlepiej stosować sprawdziany punktowane. W każdym sprawdzianie obok zadań standardowych powinno się znaleźć zadanie, którego rozwiązanie wymaga minimum wiedzy i umiejętności, a także zadanie nietypowe, wymagające szczególnych uzdolnień. Tak skonstruowany sprawdzian umożliwi każdemu uczniowi osiągnięcie satysfakcjonującej go oceny. Ponadto jest wskazane, aby zadania występujące w sprawdzianach na ocenę niższą niż bardzo dobra znalazły swoje odbicie w procesie lekcyjnym. Ważne jest również, by uczeń znał stosowany system punktacji oraz miał możliwość wyjaśnienia wątpliwości dotyczących oceny.

Część sprawdzianów, które piszą uczniowie, powinna mieć charakter testów. Zaleca się, aby testy były dostępne w kilku wersjach, tak aby zapewnić samodzielność pracy. Można też przyznawać punkty nie tylko za odpowiedź, lecz także za rozwiązywanie zadania.

Nauczyciel musi tak układać sprawdziany, by również słaby uczeń mógł otrzymać pozytywne oceny. Powinien więc stosować jednakową punktację za każde zadanie zestawu, dobierać zadania tak, aby 60% stanowiły zadania z zakresu podstawowego, zezwalać i umożliwiać korzystanie z pomocy (kalkulatora, podręcznika), stosować odrębną punktację za wybór poprawnej metody, konsekwencję w jej stosowaniu i poprawność wyniku oraz umożliwiać uczniowi uzyskanie wyjaśnień w razie wątpliwości co do poprawności rozumowania matematycznego. Na sprawdzianie powinno się znaleźć również zadanie o podwyższonym poziomie trudności dla ucznia zdolnego.

Punkty uzyskane z prac klasowych i sprawdzianów mogą być przeliczane na stopnie według następującej skali:

- 100–98% – celujący,
- 97–92% – bardzo dobry,
- 91–76% – dobry,
- 75–51% – dostateczny,
- 50–31% – dopuszczający,
- 30–0% – niedostateczny.

Nauczyciel powinien przedstawić nie tylko przeliczniki procentowe punktów na poszczególne oceny szkolne, lecz także kryteria przyznawania punktów. Aby uzyskać maksymalną obiektywność oceny za sprawdzian, należy stosować odrębną punktację za wybór poprawnej metody rozwiązania i konsekwencję jej realizacji oraz za poprawność obliczeń. Może być bowiem tak, że uczeń otrzyma poprawny wynik, mimo że metoda, którą zastosował, jest błędna. Może się również zdarzyć sytuacja odwrotna, że uczeń rozwiązuje zadanie poprawnie metodycznie, ale z błędem rachunkowym. Dość trudna do oceny jest praca, w której jest poprawny wynik bez obliczeń. W takiej sytuacji należy wyjaśnić wątpliwości, rozmawiając z uczniem, aby stwierdzić, czy mógł on wykonać obliczenia w pamięci.

Nauczyciel powinien systematycznie oceniać odpowiedzi ustne uczniów. Stosując tę formę oceny, sprawdza nie tylko znajomość definicji, twierdzeń czy pojęć, lecz także ich rozumienie. Wadliwie sformułowane odpowiedzi uczniów trzeba od razu poprawiać, ucząc ich jasnego i precyzyjnego wypowiadania się. Ponadto nauczyciel ma możliwość dobrania trudności zadania – pytania w zależności od możliwości intelektualnych ucznia.

Nauczyciel, mając na uwadze uczniów z różnymi potrzebami edukacyjnymi, powinien zadawać do domu zadania, które nie wymagają przyswajania i utrwalania nowych treści matematycznych, a także różnicować prace domowe na zadania obowiązkowe – łatwiejsze dla uczniów słabszych – i dodatkowe (trudniejsze) dla uczniów zdolnych. Musi również systematycznie sprawdzać pracę domową i dbać o samodzielne jej wykonanie.

Uwzględniając zróżnicowane potrzeby edukacyjne uczniów, szkoła powinna organizować zajęcia zwiększające szanse edukacyjne dla uczniów mających trudności w nauce matematyki (zespoły wyrównawcze, samopomoc koleżeńską) oraz dla uczniów, którzy są szczególnie uzdolnieni matematycznie (konkursy, olimpiady matematyczne).

Trzeba jednak pamiętać, że choć od uczniów zdolnych można wymagać większego zakresu umiejętności, jednak wskazane jest podwyższanie stopnia trudności zadań, a nie poszerzanie tematyki. Natomiast w wypadku uczniów o obniżonych wymaganiach edukacyjnych należy stosować zadania o minimalnym stopniu trudności, ale uwzględniające treści zawarte w podstawie programowej.

Bibliografia

1. W. Okoń, *Nowy słownik pedagogiczny*, Wydawnictwo Akademickie Żak, Warszawa 1998.
2. H. Siwek, *Dydaktyka matematyki*, WSiP, Warszawa 2005.
3. D. Sołtys, M.K. Szmigiel, *Doskonalenie kompetencji nauczycieli w zakresie diagnozy edukacyjnej*, Wydawnictwo „Zamiast korepetycji”, Kraków 1999.